

13
sep.

SAGGIO GEOMETRICO

SULLA

TRIPLICAZIONE

E

SUBTRIPLICAZIONE

DI UN

ARCO DI CIRCOLO

DI

ANGELO DALLA VECCHIA



VICENZA

DALLA TIPOGRAFIA TREMESCHIN

1844.

LI 28. AGOSTO 1844.



Tutti sanno che Matematici valentissimi occuparonsi ne' trascorsi tempi del cotanto rinomato Problema della Subtriplicazione di qualunque arco di Circolo. Parecchie risoluzioni ne furono prodotte, o tentate, da cui al certo ebbe ad emergere chiaramente la scienza, e specialmente l'ingegno dei loro Autori. Però gli eruditi convennero, e convengono, che nessuno riescito sia ad un metodo così generale, e preciso quale desideravasi e si desidera tuttora.

Impresa ardua sempre, e forse anche vanitosa potrebbe quindi a prima giunta apparire, se da altri si cerchi ciò che da uomini prestantissimi venne indarno indagato. Sembra nondimeno che dalla taccia di ardito o di vano non potesse andare colpito chi non presuma, nè asserisca altrimenti di avere raggiunto indubbiamente lo

scopo, ma creda soltanto avere almeno tracciato, e di additare un nuovo cammino, che ricalcato in seguito da altri, condurre ve li potesse dirittamente, e senza tema di errare.

Quanto colla presente Memoria io rendo di pubblica ragione non è che un Saggio quale appunto viene da me intitolato, ma un Saggio Geometrico nel quale cioè contengonsi in forma di dimostrazione i principii, e le nozioni geometriche che mi condussero al Metodo pratico e generale della proposta Subtriplicazione.

Premetto in essa ciò che riguarda un Metodo da me ideato sulla triplicazione, giacchè dallo sviluppo di questo potei facilmente dedurre quello relativo alla Subtriplicazione. Mi parve senza esitanza così stretta la relazione fra li due tuttochè per se stessi opposti Problemi, che quanto viene esposto per l'uno, serva a chiarire e giustificare le basi e l'andamento dell'altro.

Procedendo alla Subtriplicazione reputai dover far principio da quella di un arco minore della Semicirconferenza; giacchè, come a tutti è noto, per questa un nuovo Metodo rigoroso e pratico non è a desiderarsi, né occorre realmente, onde da questo potere più agevolmente argomentare della convenienza o imperfezione del Metodo da me ideato per un arco qualunque di Circolo.

E benchè la soluzione del Problema di cui ebbi ad occuparmi offra fondati motivi per ritenere, che se vaglia per un arco minore della Circonferenza valer debba ugualmente per un arco molto minore di essa, cioè di un arco minore di un Quadrante di Circolo; tuttavia onde togliere le incertezze, che in taluno potessero insorgere,

ho pensato doverne aggiungere anche per questo ultimo caso apposito, e distinto teorico dettaglio.

Deggio inoltre dichiarare che nel corso degli studii da me dedicati a siffatto argomento non omisi di eseguire in più riprese e colla maggiore possibile diligenza delle materiali costruzioni sopra differenti archi di circolo, onde verificarne colle pratiche da me ideate la trisezione, e benché li risultati che ne ottenni non vagliano per se stessi a tener luogo di geometrica dimostrazione, non posso però dissimulare che tali siano stati da dovermi assicurare che alla precisione grafica corrispondano le teoriche illustrazioni da me sviluppate. Può ognuno, se gli piaccia, ripeterne le prove.

Comunque sia, e comunque dagl'intelligenti venisse giudicato, io farò conto in ogni caso a mia particolare istruzione delle ragionate eccezioni, che stimassero addurre in confronto. Che se un qualche errore, in cui foss'io incorso porgesse ad altri motivo di vieppiù approfondarsi sul proposto oggetto, e di scoprire per tale occasione, siccome avvenne talvolta, la verità, sarebbe sempre per me di grande compiacenza l'avere tuttochè indirettamente cooperato all'incremento della scienza, al quale in preferenza ad ogni altro riguardo debbono rivolgersi le sollecitudini di coloro che per genio proprio la coltivano.



288

SAGGIO GEOMETRICO

SULLA TRIPLICAZIONE

DI UN ARCO DI CIRCOLO

Sia dato l'arco AI (Fig. I.) terza parte della semicirconferenza AHO .

Centro I con intervallo del raggio si descriva l'arco CX , il quale passerà necessariamente pel punto A . Si conduca la corda AI , ed il diametro ACO . Si divida per metà la semicirconferenza AO in H , si produca il raggio CH , e la corda AI sino ad incontrarsi al punto E . Dal punto I si conduca la corda IL parallela al diametro AO , e si avranno quindi i tre archi uguali AI , IL , LO . Ora essendo il triangolo AIC isoscele sarà l'angolo $IAC = ICA$; ma l'angolo ACE è retto, dunque l'angolo $ICE = IEC$, perciò anche il triangolo CEI è isoscele, quindi il lato IE uguale al raggio IC . Dunque la secante AIE è uguale al diametro; condizione che dovrà verificarsi

anche nel caso della subtriplicazione dell'arco. Che se invece prolungata la CE si prenderà la CM uguale al diametro, e si condurrà la secante AGM , fatto centro G , con intervallo del raggio GC , l'arco CX in luogo di passare pel punto A intersecherà la circonferenza al punto Z , e si avrà l'arco AZ uguale all'arco Gl . Ne viene quindi che se in continuazione all'arco AG si prenderà l'arco $Gl=AZ$, si avrà determinato lo stesso arco Al dato di sopra, terza parte della semicirconferenza.

Sia ora da triplicarsi l'arco DH (Fig. II.) minore della terza parte della semicirconferenza.

Descritto col raggio HC l'arco CX , e preso sopra questo l'arco $CK=DH$, si conduca la retta HK sino ad incontrare la circonferenza al punto A . Da esso punto A si conduca il diametro ACL , e pel punto K il raggio CKY . Diviso poscia l'arco DL per metà in S , si produca la corda AH , ed il raggio CS sino al loro incontro al punto E . Si conduca finalmente il raggio CO parallelo alla corda AH .

Poichè il raggio CO è parallelo alla corda AH , si avrà l'arco $HO=KC$, e dividerà l'arco LH per metà in O ; e poichè l'arco $KC=DH$ i tre archi DH , HO , Ol saranno uguali, e quindi, come si è detto di sopra, la retta KHE uguale al diametro.

Essendo poi il raggio CKY parallelo alla corda DL ; ed essendo inoltre il triangolo DCL isoscele, e l'angolo $ACD=D+Z$, lo stesso raggio CKY dividerà per metà l'arco AD al punto Y , e sarà perpendicolare al diametro CM .

Si prolunghi, come sopra, la retta CE , finchè CM

sia uguale al diametro, e si conduca la secante AGM . Centro G con intervallo GC si descriva l'arco CX' , il quale intersecherà la secante predetta in un punto interno Z . Condotto poscia il raggio CZQ si avrà l'arco QF , il quale risulta diversamente determinato dall'arco AZ (Fig. I.) ma però se si prolungherà la secante MGA sino ad incontrare l'arco CX in un punto esterno F , e si condurrà dal centro la retta CF , questa taglierà fuori dalla stessa circonferenza l'arco AT nell'identico modo con cui viene tagliato l'arco QF (Fig. II.).

Difatti tanto il raggio AG quanto il raggio CF sono perpendicolari allo stesso diametro CM , e quindi ne viene che se all'arco AG si aggiungerà l'arco AT non rimarrà a compiere l'arco AI che il piccolo arco TZ . E poichè la somma dei due archi DG , QF (Fig. II.) è costantemente minore dell'arco DH , così aggiungendosi ad essi due archi, un arco corrispondente a TZ si avrà l'intero arco DH . Tale risultato avrà sempre luogo qualunque sia per essere l'arco di circolo.

Tutto ciò premesso a conoscenza delle idee che guidarono a versare sul propostosi Problema della Subtriplicazione, e ad anticipata illustrazione del modo avviato onde risolverlo, se ne offre il susseguente analogo Saggio.



SAGGIO GEOMETRICO

SULLA SUBTRIPLICAZIONE

DI UN ARCO DI CIRCOLO

51

—————

Sia l'arco BK (Fig. III.) minore della semicir-
conferenza .

Dal centro C al punto H metà dell'arco BK , si con-
duca la retta CHM' uguale al diametro, e la secante $M'FD'$.
Centro F con intervallo FC si descriva l'arco CX , il quale
intersecherà al punto X la predetta secante $M'FD'$. Si
conduca quindi dal centro C la retta CX la quale taglierà
la Circonferenza al punto T' , indi diviso l'arco BD' per
metà con raggio CA si avrà l'arco AT' .

Ora essendo l'angolo $BCD = B + K$, sarà il raggio CA pa-
ralello alla corda BK , ma questa è perpendicolare alla
retta CM' dunque il raggio AC sarà perpendicolare allo
stesso diametro CM' . Si produca il raggio BC in O , ed il
raggio AC in N .

Ciò posto, si prenda in continuazione dell'arco BF l'arco $FG=AT'$, e diviso l'arco GK per metà in L , fatto centro nei punti G, L con intervallo del raggio si descrivano due piccoli archi, i quali si taglieranno in S . Dal punto D' al punto S si conduca la retta $D'S$, e poichè i tre punti S, G, D' non si trovano nella medesima direzione, così condotta la retta SG , incontrerà questa la circonferenza superiormente al punto D' estremità dell'arco BD' , cosichè la detta retta $D'S$ taglierà l'arco FG in punto I intermedio fra gli altri due F , e G . Si divida l'arco IL per metà in E , e l'arco EH per metà col raggio CT che si prolungherà indifinito, e dal punto L con intervallo del raggio LC si descriva il piccolo arco D . Si prendano in seguito i due archi OR, MN uguali, ciascuno all'arco TH metà dell'arco EH , indi dal punto D pel punto L , si prolunghi il raggio DL fino ad incontrare in un punto F il raggio CR . Finalmente si faccia l'angolo $COP=CFI$, e si prolunghi la corda OP sino il suo incontro N' colla perpendicolare CM' .

Poichè l'angolo $COP=CYL$, e l'angolo $OCN=RCM$ (essendo l'arco $NO=MR$) i due angoli CZP, CQL sono uguali. Ora l'angolo MCN è retto. Inoltre essendo l'arco $MN=TH$, sarà pure retto anche l'angolo DCM . Ma il triangolo CLD è isoscele, dunque l'angolo $LQC=LCQ$. Ma l'angolo $LQC=CZP$, dunque l'angolo $CZP=LCQ$. E poichè l'angolo LCQ è misurato dall'arco LM , e l'angolo $CZP=\frac{AP+NO}{2}$, dunque i due archi $\frac{AP+NO}{2}=LM$. Si

prenda quindi l'arco $KE=AP$, e levato di comune l'arco EP si avrà l'arco $AE=PK$, e quindi la corda EP , sarà

parallela alla corda AK , e l'angolo $CEP = ASE$. Ma l'angolo $ASE = ACE + SAC$ ovvero NAK ch'è misurato dall'arco

$\frac{KN}{2} = \frac{AB}{2}$, dunque l'angolo $CEP > ACE$ della metà dell'an-

golo ACB . Essendo poi i due triangoli ACE , $EC P$ isosceli, si avrà l'angolo $CEA > CEP$ della metà dello stesso angolo ACB , e così dicasi dell'angolo CAE col suo corrispondente CPE , perciò la somma dei due angoli $CEA + CAE > CEP + CPE$ dell'intero angolo ACB , e quindi l'angolo $ECP > ACE$ dello stesso angolo ACB , cioè l'arco

$EP = AE + NO = \frac{AP + NO}{2} = \frac{EN}{2}$ ed in conseguenza l'arco

$EP = PN = LM$, sicché levato di comune dei due archi uguali PM , LM , l'arco PM , si avrà l'arco $LP = MN$. Ma l'arco $MN = TH$, dunque l'arco $LP = TH$, e quindi l'angolo $HCP = LCT$, e i due triangoli CLD , CPN' uguali ed isosceli, perciò il lato $CD = CN$.

Si considerino i due triangoli OCN' , DCY i quali essendo il lato $DC = NC$ e gli angoli rispettivamente uguali, sono uguali, e quindi la secante $DLY = NOP$ dovrà necessariamente incontrare il punto R estremità del raggio CR , è perciò la corda $PO = LR$, ed il lato $LD = PN'$, ma LD è uguale al raggio, dunque lo stesso lato PN uguale al raggio. Ma allorché una secante la quale procede dall'estremità del diametro di un dato arco, e lo interseca in modo che prolungato esso incontri un'altra retta condotta dal centro, la quale divide questo medesimo arco per metà, se la parte esterna della secante sarà uguale al raggio l'arco dato sarà subtriplicato, dunque l'arco PK sarà la terza parte dell'arco BK , cosichè con-

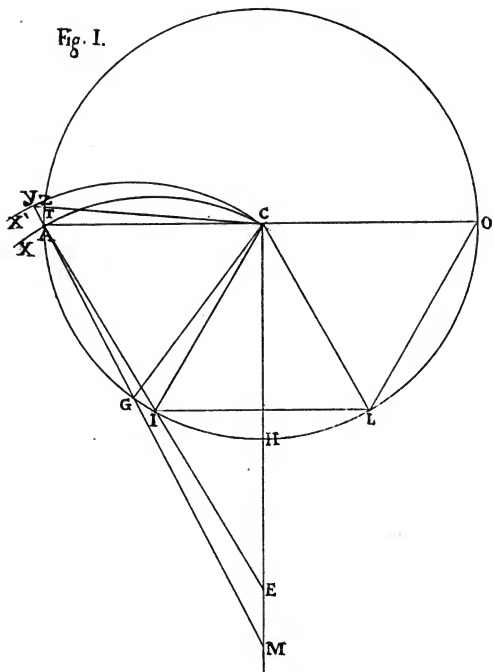
dotta la secante $D'L'N'$, si avrà tutto l'arco BK diviso in tre parti uguali cogli archi $BL', L'P, PK$.

Sia l'arco BK (Fig. IV.) minore di un Quadrante. Per quanto rimane a praticarsi, e pronunciarsi in questo ultimo caso non occorre che riferirsi a quanto fu esposto superiormente.

F I N E



Fig. I.



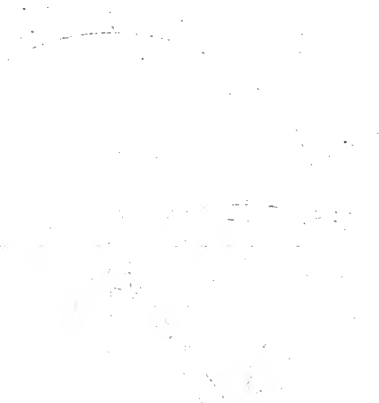


Fig. II.

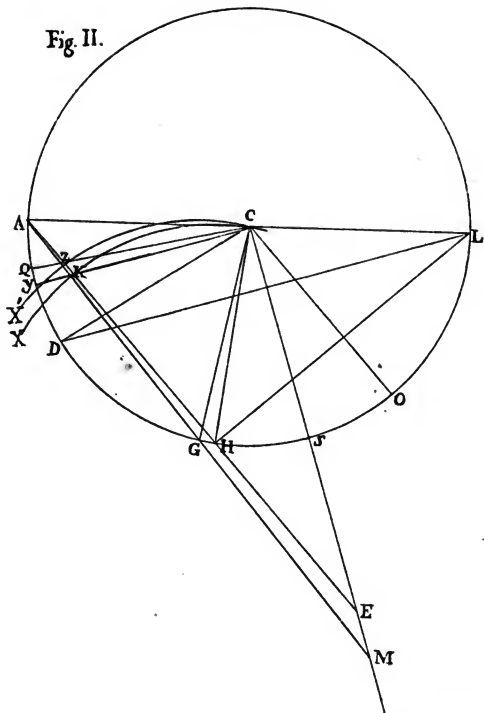
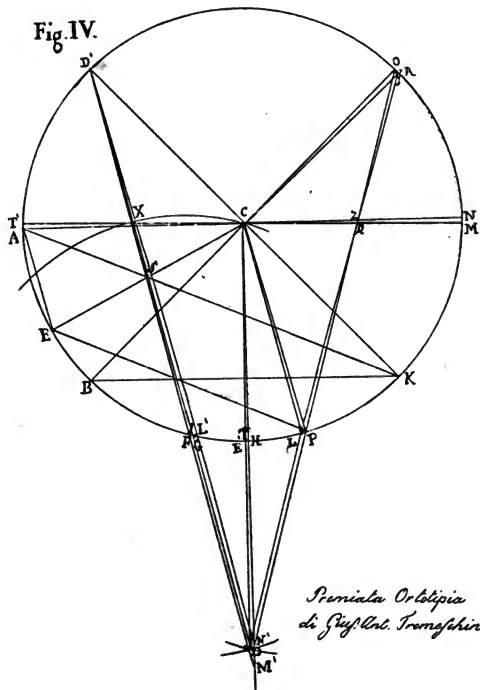




Fig. IV.



Premiata Ortolopia
di Giuseppe Trombadori Vic.

